

フィボナッチ数列に循環性を観る $F_n \pmod{m}$

2010.8.18 千々松 健

法:m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	18	144
F_n	1	3	8	6	20	24	16	12	24	60	10	24	28	48	40	24	24	24
L_n	1	3	8	6	4	24	16	12	24	12	10	24	28	48	8	24	24	24
K_n	1	3	0	6	20	3	16	12	8	60	10	6	28	48	20	24	24	24
M_n	1	3	8	6	20	24	16	12	24	60	10	24	28	48	40	24	24	24

F_n: フィボナッチ数列 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, ...

L_n: リュカ数列 1, 3, 4, 7, 11, 18, 29, 47, 76, 123, 199, 322, 521, ...

K_n: ケン数列 3, 3, 6, 9, 15, 24, 39, 63, 102, 165, 267, 432, 699, ...

M_n: ミチコ数列 1, 4, 5, 9, 14, 23, 37, 60, 97, 157, 254, 411, 665, 1076, ...

フィボナッチ数列の一桁目の数値に注目すると60項目ごとに同じ数値が現れるため、古くからその循環性が言われてきました。

それは法(m)を10とした時のモジュラー算術で出現することに一致します。

---60周期 $F_n \pmod{10}$

しかし、すべての整数を一桁化にするのに適した法(m)は9です。それによる循環性(周期)は24項目ごととなります。

---24周期 $F_n \pmod{9}$

FLKM数列の全てに共通する周期の中で観ても、安定しているものは $m=16, 18, 144$ などに現れる24です。

そして、

『フィボナッチ数列を縦糸と横糸にして掛け合わせて編んだものをmod9で処理すると、24項目で循環する4つの流れである「FLKM系列」が現れる』

この事実は、量子力学の父と言われるハイゼンベルグの次のことばを想起させるものです。

「この世にある全てのものは、まるで縦糸と横糸を綺麗に編んだ生地のようなものである」

* $F_n \pmod{m}$ と $L_n \pmod{m}$ については「黄金比とフィボナッチ数」 R. A. ダンラップ著 日本評論社 2003年p57を参照下さい